

多元线性回归及 t 检验、F 检验

——个体价值与总体价值实现

谭 宇 经济与管理学院

引言

多元线性回归模型的学习包括模型参数估计、模型检验，其中模型检验包括：拟合优度检验、t 检验、F 检验和置信区间估计。t 检验、F 检验是模型检验的重点和难点。本案例通过学习多元线性回归模型及 t 检验和 F 检验的内涵，理解两者之间的关系，用个人的目标价值实现引入马拉松世界杯冠军山田本一的成功经验分享、结合我国社会主义现代化强国建设过程中每个个体的作用以及党组织对于社会主义事业建设提出的“五位一体”总体布局进行阐发，说明总体目标的实现与每个个体之间的关系，引导学生树立正确的价值观，为中国特色社会主义事业贡献自己的力量，实现自我人生价值的同时推动整个社会总体的进步和发展。

一、课程基本信息

《计量经济学课程》是教育部规定的经济类专业八门核心课程之一，主要讲授一元线性回归模型、多元线性回归模型的参数估计、模型检验和放宽假定模型的多重共线性、异方差性、序列相关性、内生解释变量及模型设定偏误等。

多元线性回归模型的 t 检验、F 检验是模型检验的重点内容，其中 F 检验是难点内容，通过案例教学能更好的帮助学生理解多元线性回归模型的 t 检验、F 检验。

二、课程教学整体设计思路

首先通过 t 检验、F 检验知识点的学习，重点强调 t 检验、F 检验是多元线性回归模型检验的重要知识点，特别是二者的关系；通过 t 检验、F 检验二者的关系引入个体价值与总体价值的关系；通过日本著名的马拉松运动员山本田一，

他曾在 1984 年和 1987 年的国际马拉松比赛中，两次夺得世界冠军的故事引入“小目标与大目标”“个体发展与总体意愿”课程思政元素，使学生深刻理解“个体价值与总体价值”的关系。

三、案例教学目标

通过本案例教学，达到以下三个层次的目标：

（1）知识目标：引导学生学习并理解多元线性回归模型、F 检验、t 检验基本思想以及检验统计量的构造方法、表达式，学习了解 F 检验和 t 检验之间的关系，进一步理解个人与社会总体之间的关系。

（2）能力目标：使学生能够具备构建多元线性回归模型、并准确使用 F 统计量和 t 统计量进行统计检验分析的能力，能够理解 F 检验、t 检验的统计内涵及其对具体问题的应用。

（3）价值目标：帮助学生树立正确的价值观，明白个人价值实现的途径和重要性，理解实现自我人生价值与社会总体价值之间的关联，引导学生为实现自我价值而努力。

四、案例教学实施过程

（一）课前准备

通过学习通提前发布本次案例教学的如下准备：

1. 复习《统计学》课程统计分布知识点；
2. 复习一元线性回归模型的概念、拟合优度检验、t 检验等知识点；
3. 复习多元线性回归模型的概念、拟合优度检验等知识点；
4. 预习多元线性回归模型 t 检验、F 检验知识点。

（二）教学实施

1. 知识点学习

（1）多元线性回归模型

简单线性回归不能进行多因素问题的分析，因此将只有一个解释变量的一元线性回归模型推广到有多个解释变量的情况，得到多元线性回归模型。对于有 $(k-1)$ 个解释变量的线性回归模型如下：

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \mu_i$$

β_j ($j=1, 2, \dots, k$) 是偏回归系数, 样本容量为 n 。

(2) 回归方程的显著性检验 (F 检验)

为了说明所有解释变量联合起来对被解释变量影响的显著性, 或整个方程总的联合显著性情况, 需要对方程的总显著性在方差分析的基础上进行 F 检验 (见图 1)。其原假设为:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

(所有解释变量联合起来对被解释变量的影响不显著)

其备择假设为: $H_1: \beta_j$ ($j=2, 3, \dots, k$) 不全为 0

由此建立统计量:

$$F = \frac{ESS/(k-1)}{RSS/(n-k)} = \frac{\sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2/(k-1)}{\sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2/(n-k)} \sim F(k-1, n-k)$$

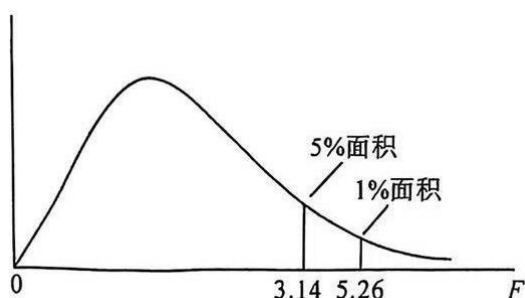


图 1 F 检验示意图

根据给定的显著性水平 α , 得到 F 分布表中自由度为 $(k-1, n-k)$ 的临界值 $F_{\alpha}(k-1, n-k)$, 并通过样本观测值即可计算 F 值。如果计算的 F 值大于临界值 $F_{\alpha}(k-1, n-k)$ (小概率事件发生) 则拒绝原假设, 说明回归模型有显著意义, 即所有解释变量联合起来对 Y 确有显著影响; 如果计算的 F 值小于临界值 $F_{\alpha}(k-1, n-k)$ (大概率事件发生) 则不拒绝原假设, 说明回归模型没有显著意义, 即所有解释变量联合起来对 Y 没有显著影响。

(3) 回归系数的假设检验 (t 检验)

在一元回归中 F 检验与 t 检验等价, 但在多元回归中, F 检验显著, 不一定每个解释变量都对 Y 有显著影响, 还需要分别检验当其他解释变量保持不变时, 各个解释变量 X 对被解释变量 Y 是否有显著影响。

其原假设为: $H_0: \beta_j = 0 (j=1, 2, \dots, k)$

备择假设为: $H_1: \beta_j \neq 0 (j=1, 2, \dots, k)$

构造 t 统计量为: $t = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{SE(\hat{\beta}_j)} = \frac{\hat{\beta}_j}{\hat{\sigma} \sqrt{c_{jj}}} \sim t(k-1, n-k)$

给定显著性水平 α , 查 t 分布表的临界值为 $t_{\alpha/2}(n-k)$, 如果 $-t_{\alpha/2}(n-k) \leq t \leq t_{\alpha/2}(n-k)$ (大概率事件发生), 不拒绝原假设, 即认为 β_j 所对应的解释变量 X_j 对被解释变量 Y 的影响不显著; 如果 $t \leq -t_{\alpha/2}(n-k)$ 或 $t \geq t_{\alpha/2}(n-k)$ (小概率事件发生), 拒绝原假设, 即认为 β_j 所对应的解释变量 X_j 对被解释变量 Y 的影响是显著的。

在多元回归中, 可以做 F 检验, 也可以分别对每个回归系数逐个地进行 t 检验。那么 F 检验与 t 检验之间的关系是什么呢? 其关系主要为:

整体的 F 检验显著并不见得个别系数的 t 检验也显著;

个别系数的 t 检验显著则整体 F 检验通常也是显著的。

因此在多元回归中, 既要作 F 检验, 又要进一步分别对每个回归系数逐个地进行 t 检验。

2. 思政元素导入

(1) 小目标与大目标

实现人生价值是一个人的最高精神需要, 对于每个个体来说, 大家一生中都在为实现自己的人生价值及人生目标不断努力奋斗, 而往往人生价值是比较抽象并且宏远的, 因此在实现自我人生大目标时不妨将其分解为一个个小目标, 或者分解为不同阶段的目标逐个突破, 将每个小目标落到实际学习工作中, 每一个小目标类似于多元回归中的每一个 X_i , 它们对最终目标 Y_i 的影响程度大小不一, 将每一个小目标都能够有计划地实现, 使其对最终目标的影响得以显著表现, 那么大大小小的目标加总联合起来就会对人生价值这一多元回归产生显著影响, 同时最终目标也将被这些小目标所影响得以实现。所以在学习和工作中, 遇到一定的难题时可以将其划分为多个小问题去解决, 调动自己的主观能动性, 终将实现自己的目标。

(2) 个体发展与总体意愿

马克思主义唯物史观认为: 人民群众是历史的主体, 是历史的创造者, 是物质财富、精神财富的创造者, 是社会变革的决定力量。人民群众的总体意愿和行动代表了历史发展的方向, 人民群众的社会实践最终决定历史发展的结局。在整

个社会发展过程中，人民群众有着不可替代的作用。人民群众推动着社会的发展和进步，分解到每一个个体身上，社会的发展和进步就能够归结到每个个体的发展和进步中。在新时代背景下，我国的主要目标是实现社会主义现代化事业、建设社会主义现代化强国，为实现这个目标需要我国全体人民的共同努力。我国对于人民的定义是从思想上和行动上为推动中国特色社会主义现代化事业而奋斗的“全体社会主义劳动者、社会主义事业的建设者、拥护社会主义的爱国者、拥护祖国统一和致力于中华民族伟大复兴的爱国者”，因此中国历史的每一项成果都凝聚着中国人的聪明才智，浸透着中国人的辛勤汗水，蕴含着中国人的巨大牺牲，而对于中国未来的建设也自然离不开这些个体力量的结合和统一。

3. 案例介绍

日本著名的马拉松运动员山本田一，他曾在 1984 年和 1987 年的国际马拉松比赛中，两次夺得世界冠军，记者问他凭什么取得如此惊人的成绩，山田本一总是回答：“凭智慧战胜对手！”。然而大家都知道，马拉松比赛主要是运动员体力和耐力的较量，爆发力、速度和技巧都还在其次。因此对山田本一的回答，很多人觉得他是在故弄玄虚。十年后，这个谜底被揭开了，山田本一在自传中这样写道：“每次比赛之前，我都要乘车把比赛的路线仔细地看一遍，并把沿途比较醒目的标志画下来，比如第一标志是银行；第二标志是一棵古怪的大树；第三标志是一座高楼……这样一直画到赛程结束。比赛开始后，我就以百米的速度奋力地向第一个目标冲去，到达第一个目标后，我又以同样的速度向第二个目标冲去。40 多千米的赛程，被我分解成几个小目标，跑起来就轻松多了。开始我把我的目标定在终点线的旗帜上，结果当我跑到十几千米的时候就疲惫不堪了，因为我被前面那段遥远的路吓到了。”全赛程中以较快的速度跑完每个小段距离，也就意味着每个小目标是显著成功了，那么联合所有小目标的全程马拉松这一大目标也自然显著成功。

4. t 检验、F 检验与思政元素融合

（1）个体价值及总体价值实现

人生道路也类似于一场路程遥远的马拉松，只有将人生大目标划分为每个时间阶段的小目标，类似于每个小赛程，在每个小赛程中奋力奔跑，取得显著成果和进步，自然整个人生道路也是有显著成果和进步的。当目标被清晰地分解了，目标的激励作用就显现了，在我们实现一个目标的时候，我们就能够及时地得到

一个正面的激励，就相当于一个 t 检验的显著效果，这对于培养我们挑战目标的信心作用是巨大的，因而最后每一个 t 检验都是显著的，联合起来的总体 F 检验也是显著的。当大多数人都能够将自己的能力进行充分发挥并实现自我人生价值时，我们整个社会的发展也就成为必然，实现中华民族伟大复兴的中国梦也将指日可待。

(2)建设中国特色社会主义现代化强国与经济建设、政治建设、文化建设、社会建设以及生态文明建设

建设中国特色社会主义现代化强国这一总体目标类似于多元回归模型中的被解释变量 Y_i 。为实现这一伟大宏远的目标，我们党提出分为五个具体的建设目标进行。即：经济建设、政治建设、文化建设、社会建设以及生态文明建设，在五大建设目标下设置有很多更加具体的小目标，因而构成了类似于多元回归中的五个解释变量 X_i 。这五大建设目标覆盖了我国各方面的发展，一个社会主义现代化强国是要在各方面都得到一定的成就后才能实现的，因此当我国经济建设、政治建设、文化建设、社会建设以及生态文明建设都能够获得显著性成就与发展时，即为在建设中国特色社会主义现代化强国这一多元回归模型中的各回归系数的 t 检验是显著的，那么建设中国特色社会主义事业也就得以显著表现。

五、教学效果及反思

(一) 教学效果

1. 知识点的理解与强化

通过本次案例教学基本实现了学生对多元线性回归模型 t 检验、 F 检验内涵及型 t 检验、 F 检验的关系的理解，即：多元线性回归模型 F 统计检验，目的在于检验解释变量总体上是否显著的；多元回归模型中各回归系数 t 统计量检验，目的在于检验解释变量每个解释变量是否显著的。

2. 深刻理解“个体价值及总体价值实现”“社会主义现代化事业与五位一体”

每个人充分发挥自己的聪明才智，将自己的能力运用到社会活动中，从多层次多方面进行探索和发展，实现自我人生价值及自我能力的发展和进步，自然同时能推动整个社会的发展和进步。社会由众多个体组成，个体在社会中的积极表现给社会总体带来的价值将是巨大且有深远意义的。

在建设中国特色社会主义现代化强国过程中。整个社会能否有长足发展靠的

是多方面的进步，只有将经济建设、政治建设、文化建设、社会建设以及生态文明建设统筹规划，多元并进，才能构建一个健康和谐的中国特色社会主义强国。

（二）教学反思

如何将大目标分解成小目标？分析生活中我们通常会遇到很多任务或者工作要进行，而往往这些任务并不能一蹴而就，因此将每个任务尽可能地细分，落实到具体的细节工作中。

在计量经济学教学中通过前期安排学生查阅文献资料，从理论层面了解模型的构建以及具体应用方面；中期根据已有的前人研究和相关数据代码进行实际上手操作，根据他人研究成果，并结合之前所学习的模型理论知识，理解统计软件输出结果的意义和可解释性；后期使用自己所感兴趣问题的相关数据进行模型构建，尝试解决自己所遇到的实际经济问题等。这样三个步骤就可以对模型有较为深刻的理解，实现划分后的每个步骤成果显著有效，最终学习模型的效果也一定是显著有效的。

在进行思政课程的讲解时，结合学生所学专业知知识一步步深入，从联系每个学生的现实生活中的例子引入，再上升到国家层面的相关政策实施，这样有助于学生理解专业知识，并且可以深入理解国家相关政策的有效性和重要性，促使学生关注国家大事、关注国家治理，从而激发学生关注国家政策理论的主动性，并且将政策理论实践细化到每个个体的实际生活中。